

## **Diseño de Redes de Sensores para Diagnóstico de Fallas utilizando Análisis de Componentes Principales**

Leandro Rodríguez<sup>1</sup>, Marco Cedeño<sup>1</sup>, and Mabel Sánchez<sup>1</sup>,

<sup>1</sup> Planta Piloto de Ingeniería Química (UNS-CONICET)  
Camino La Carrindanga km 7, 8000 Bahía Blanca, Argentina  
{lrodriguezaguilar, mcedeno, msanchez}@plapiqui.edu.ar

**Resumen.** En este trabajo se presenta una metodología de diseño de redes de sensores dedicada al monitoreo estadístico de procesos utilizando análisis de componentes principales. Los sensores se localizan de acuerdo al criterio de mínimo costo. La red de instrumentos obtenida además de identificar las fallas estructuralmente también es capaz de detectarlas cuando se aplica dicha técnica estadística y las magnitudes de falla superan límites preespecificados. El problema de optimización se resuelve mediante una búsqueda combinatorial con criterio de parada. Se utiliza como caso de estudio una Planta Química con Reciclo.

**Palabras claves:** Diseño de Redes de Sensores, Fallas, Observabilidad, Resolución, Detectabilidad, Análisis de Componentes Principales.

### **1 Introducción**

El problema de diseño de redes de sensores comprende la selección de un conjunto de variables de proceso para su medición satisfaciendo ciertos requerimientos de información del sistema que se está analizando. Se han desarrollado muchos trabajos con el objetivo de mejorar el monitoreo de procesos cuando éstos se encuentran operando en estado normal. Una exhaustiva revisión bibliográfica que aborda esta temática puede encontrarse en los trabajos de Bagajewicz [1] y Nguyen y Bagajewicz [2].

El diagnóstico de fallas en plantas de proceso es muy importante para garantizar la seguridad y la protección del medio ambiente, así como también para satisfacer los objetivos económicos de las empresas. Por lo tanto la implementación de procedimientos para la localización óptima de los instrumentos utilizados con el fin de detectar e identificar la ocurrencia de estos eventos resulta muy ventajosa. Rodríguez y otros [3] consideraron los criterios de observabilidad, resolución simple y múltiple de fallas, definieron el grado de resolución de una falla y realizaron una profunda revisión bibliográfica que incluye los principales trabajos publicados que abordan el tema desde el punto de vista del análisis estructural.

Si los datos adquiridos por el sistema de Control Distribuido de la planta no son procesados adecuadamente, se limita el uso de la gran cantidad de información que

éstos pueden aportar ([4], [5]). El Análisis de Componentes Principales (PCA) es una de las herramientas más utilizadas del Control Estadístico Multivariable de Procesos ([6], [7]), ya que permite extraer información útil de las observaciones sin la necesidad de conocer el modelo determinístico del proceso y sin requerimientos computacionales excesivos.

Wang y otros [8] estudiaron la variación del valor esperado del estadístico de Hotelling en el espacio de las variables latentes ( $T^2$ ) y del Error Cuadrático de Predicción ( $SPE$ ) con los cambios en las variables del proceso. Además introdujeron el concepto de Magnitud Crítica de Falla (MCF) como índice de performance del PCA para la detección de eventos anormales. Luego reemplazaron el estadístico  $T^2$  del método PCA convencional por dos nuevos estadísticos [9] y utilizaron una configuración del sistema de instrumentación optimizada utilizando la técnica de grafos propuesta por Raghuraj y otros [10].

Posteriormente Musulin y otros [4] presentaron una metodología de localización de sensores y selección de señales de los actuadores de los lazos de control que mejora la detección de fallas basada en el método PCA. En este trabajo consideraron el costo de los instrumentos y la diferencia relativa entre los impactos ocasionados por las distintas fallas en la formulación de la función objetivo. También introdujeron el criterio de penalización por tamaño de falla al tiempo de detección. Utilizaron Algoritmos Genéticos para resolver el problema de optimización resultante.

En este trabajo se presenta una metodología para diseño de redes de sensores que satisfice criterios de observabilidad y resolución simple de fallas, así como también la detectabilidad de las mismas mediante la estrategia de monitoreo estadístico propuesta por Wang y otros [8]. Se considera el costo del sistema de instrumentación como el criterio de optimización.

En la primera sección del trabajo se presentan los conceptos de observabilidad y resolución de fallas mediante las formulaciones desarrolladas por Rodríguez y otros [3]. En la siguiente sección se realiza una breve descripción de la metodología PCA y del concepto de MCF. El problema de minimización del costo del sistema de instrumentación sujeto a restricciones de observabilidad, resolución simple y detectabilidad de método se formula en la siguiente sección. Luego se muestran los resultados de la aplicación de la metodología a una Planta Química con Reciclo. El problema de optimización se resuelve usando una búsqueda combinatorial con criterio de parada. Finalmente se presentan las conclusiones y futuros trabajos.

## 2 Metodología

El diseño de redes de sensores para detección de fallas es planteado como un problema de minimización de costos sujetos a restricciones de determinabilidad estructural y detectabilidad de fallas del método de monitoreo estadístico PCA.

### 2.1 Formulación de las Restricciones de Determinabilidad Estructural

Las restricciones propuestas para el problema de diseño de redes de sensores se desarrollan en términos de los operadores básicos del álgebra de Boole (conjunción,

disyunción y complemento) para variables binarias [3]. La relación causa-efecto entre las fallas de proceso y las variables afectadas por la ocurrencia de las mismas se representa a través de la matriz de conectividad falla-sensor  $\mathbf{A}$ , de dimensiones  $(I \times J)$  donde  $J$  son las fallas identificadas. La red de sensores se indica mediante un vector  $\mathbf{q}$  de dimensión  $I$ , donde  $q_i=1$  si la variable es medida y 0 si no lo es [11].

### 2.1.1. Observabilidad de Falla

Una falla es observable si al menos una de las variables afectadas por la ocurrencia de la misma es medida. La observabilidad de las  $J$  fallas del proceso se verifica si la suma de los elementos de la operación de conjunción entre el vector  $\mathbf{a}_j$  (la columna  $j$  de la matriz de conectividad  $\mathbf{A}$ ) y el vector  $\mathbf{q}$  para todas las fallas del proceso es mayor o igual a 1 [3].

$$\sum_{i=1}^I (\mathbf{a}_j \wedge \mathbf{q})_i \geq 1 \quad (j=1, \dots, J), \quad (1)$$

donde  $\mathbf{rv}_j = (\mathbf{a}_j \wedge \mathbf{q})$  se define cómo el vector de resolución de la falla  $j$ .

### 2.1.2. Resolución Simple de Falla

La ocurrencia de una falla dada debe ser identificada respecto de la ocurrencia del resto de las fallas del proceso. La resolución de las fallas depende fuertemente de la topología del proceso. Si dos fallas,  $j$  y  $k$ , afectan las mismas variables las mismas no pueden ser resueltas.

Dado el vector de mediciones  $\mathbf{q}$ , se pueden definir tres nuevos vectores por medio de la conjunción entre los vectores  $\mathbf{rv}_j$  y  $\mathbf{rv}_k$ .

$$\mathbf{v}_1: \mathbf{rv}_j \wedge \neg \mathbf{rv}_k, \quad (2)$$

$$\mathbf{v}_2: \neg \mathbf{rv}_j \wedge \mathbf{rv}_k, \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_3: \mathbf{rv}_j \wedge \mathbf{rv}_k. \quad (4)$$

La resolución simple de las fallas  $j$  y  $k$  se consigue si al menos dos de estos tres vectores son no nulos [3], es decir:

$$NNV_{jk}(\mathbf{q}) \geq 2 \quad \forall j \neq k, \quad (5)$$

donde  $NNV_{jk}(\mathbf{q})$  es el número de vectores no nulos que surgen de la conjunción entre  $\mathbf{rv}_j$  y  $\mathbf{rv}_k$ . Si sólo los vectores  $\mathbf{v}_1$  y  $\mathbf{v}_2$  son no nulos la resolución de las fallas es máxima como fue definida por Raghuraj y otros [10].

## 2.1 Formulación de las Restricciones de Detectabilidad del Método PCA

Sea una matriz  $\mathbf{X}$  de datos obtenida al tomar  $m$  muestras independientes de  $n$  variables correspondientes a un proceso operado en estado estacionario. Los datos se estandarizan, obteniéndose la matriz  $\bar{\mathbf{X}}$ , luego se calcula la matriz de correlación  $\mathbf{R}$ , como:

$$\mathbf{R} = \frac{\bar{\mathbf{X}}^T \cdot \bar{\mathbf{X}}}{m-1}, \quad (6)$$

donde  $\mathbf{R}$  es una matriz de dimensiones  $(n \times n)$ . De la descomposición en valores singulares de dicha matriz se obtienen las matrices  $\mathbf{U}$  y  $\mathbf{D}_\lambda$ , donde la primera es la matriz cuyas columnas contienen los autovectores de  $\mathbf{R}$  que forman una base ortonormal en  $\mathbb{R}^n$  y la segunda es la matriz diagonal de los valores singulares ordenados en forma decreciente. Es posible dividir los componentes principales en dos conjuntos ortonormales,  $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_A$  que contiene la mayor proporción de la varianza del proceso y  $\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{p}_{A+1}, \mathbf{p}_{A+2}, \dots, \mathbf{p}_n$  que describe la varianza del ruido. Métodos para obtener un número adecuado de PC se encuentran en Himes y otros [12].

Si los vectores de muestra normalizados  $\mathbf{x}$  se proyectan en el espacio generado por  $\mathbf{P}$  se obtiene el vector de scores  $\mathbf{t}$ :

$$\mathbf{t} = \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{x}. \quad (7)$$

Dado que la matriz  $\bar{\mathbf{X}}$  está normalizada,  $\mathbf{x}$  es proyectado sobre el origen o en sus proximidades cuando el proceso se encuentra funcionando en el estado de control. Luego, si el estadístico de Hotelling,  $T^2$ , es usado como una medida de la distancia de Mahalanobis de la observación respecto del origen del nuevo espacio, se puede obtener la siguiente expresión:

$$T^2 = \left\| \mathbf{D}_\lambda^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x} \right\|. \quad (8)$$

Si los nuevos datos no están contenidos en el conjunto de datos de referencia, las proyecciones de las nuevas observaciones pueden moverse al espacio residual, por ello es necesario considerar el estadístico SPE que se define como:

$$SPE = \left\| \mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T \mathbf{x} \right\|^2. \quad (9)$$

Cuando el proceso se encuentra trabajando en condiciones normales los valores de los estadísticos  $T^2$  y  $SPE$  deben ser menores o iguales a los valores límite de confianza,  $\delta_{T^2}$  y  $\delta_{SPE}$ , respectivamente. El primer estadístico sigue una distribución

del tipo  $\frac{n \cdot m^2 - 1 \cdot F_{n, m-n, \alpha}}{m^2 - m \cdot n}$ , siendo  $F$  el valor de la distribución de Fisher-Snedecor

para un nivel de significancia  $\alpha$ , con  $n$ , y  $m-n$  grados de libertad. El segundo tiene

una distribución  $(v/2p)\chi_{2p^2/v,\alpha}^2$  siendo  $m$  y  $v$  la media y varianza del *SPE* obtenidas a partir de la población de referencia. En este trabajo el valor de  $\alpha$  fue fijado entre 1 y 5%.

Wang y otros [8] desarrollaron una metodología que permite determinar la magnitud de la falla detectable cuando los estadísticos superan los límites de confianza. Por cuestiones de brevedad la misma será resumida a continuación.

Una falla  $F_j$  del conjunto de fallas del proceso puede ser descripta por medio de la matriz  $\theta_j$  cuyas dimensiones son de  $(n \times l_j)$ , siendo  $l_j$  el número de variables afectadas por dicha falla y que son medidas por la red de sensores  $\mathbf{q}$ .

El vector de muestra cuando se produce una falla en un instante de tiempo dado es:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \theta_j \cdot \mathbf{f}_j, \quad (10)$$

donde los vectores  $\mathbf{f}_j$  y  $\mathbf{x}_0$  representan la desviación introducida por la falla  $j$  y las mediciones en condiciones de operación normal, respectivamente. Reemplazando la definición de  $\mathbf{x}$  dada por la ecuación 10 en las ecuaciones 8 y 9 se obtienen las siguientes expresiones:

$$T^2 = \left\| \mathbf{D}_\lambda^{-1/2} \mathbf{P}^T \mathbf{x}_0 + \theta_j \cdot \mathbf{f}_j \right\|. \quad (11)$$

$$SPE = \left\| \mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T \mathbf{x}_0 + \theta_j \cdot \mathbf{f}_j \right\|^2. \quad (12)$$

Despejando y operando matemáticamente las expresiones anteriores se puede calcular la magnitud de falla que es posible detectar cuando se utiliza análisis de componentes principales:

$$\left\| \mathbf{f}_j \right\| \geq \left\| \mathbf{f}_{T_j} \right\| = 2\sigma_{\max}^{-1} \mathbf{D}_\lambda^{-1/2} \mathbf{P}^T \theta_j \delta_T, \quad (13)$$

$$\left\| \mathbf{f}_j \right\| \geq \left\| \mathbf{f}_{SPE_j} \right\| = 2\sigma_{\max}^{-1} \mathbf{I} - \mathbf{P}\mathbf{P}^T \theta_j \delta_{SPE}, \quad (14)$$

donde  $\left\| \mathbf{f}_j \right\|$  es la norma del vector de fallas  $j$ -ésimo, y  $\left\| \mathbf{f}_{T_j} \right\|$  es la magnitud crítica de falla (*MCF*) de la falla  $j$  en el subespacio de los componentes principales, mientras que  $\left\| \mathbf{f}_{SPE_j} \right\|$  es *MCF* de la falla  $j$  en el subespacio residual [8].

Musulín y otros [4] establecieron una metodología para evaluar la performance de una determinada red de sensores, usando un vector binario  $\mathbf{q}_p$ , para ello definieron la Mínima Magnitud Crítica de Falla como:

$$MMCF_{p,j} = \min \left\{ \left\| \mathbf{f}_{T_j} \right\|, \left\| \mathbf{f}_{SPE_j} \right\| \right\}, \quad (15)$$

donde  $MMCF_{p,j}$  es la Mínima Magnitud Crítica de la Falla  $j$  que se puede determinar utilizando la configuración de instrumentos  $\mathbf{q}_p$ . Ellos establecieron un límite superior de magnitud de falla  $\mathbf{f}_{\text{sup}_{p,j}}$  el cual no puede ser superado y el mismo se expresa como:

$$f_{\text{sup}_{p,j}} = \|\mathbf{f}_j^0 * \mathbf{q}_p\|, \quad (16)$$

donde  $\mathbf{f}_j^0$  es el vector normalizado de falla que se obtiene cuando una de las variables de proceso afectada por la ocurrencia de la misma alcanza uno de los Desvíos Límites del Proceso (DLP), y "\*" representa el producto elemento a elemento entre ambos vectores.

Para que la configuración de instrumentos,  $\mathbf{q}_p$ , sea factible, se debe cumplir que:

$$MMCF_{p,j} \leq f_{\text{sup}_{p,j}}. \quad (17)$$

### 3 Formulaciones para diseño de redes de sensores destinadas al diagnóstico de fallas

En esta sección del trabajo se presentan diferentes formulaciones para el diseño de redes de sensores.

#### 3.1 Problema de Observabilidad y Resolución Simple

Rodriguez y otros [3], establecieron los problemas de diseños de redes de sensores para Observabilidad y Resolución Simple de Fallas como problemas de optimización sujeto a restricciones de desigualdad lineales, los cuales se pueden resumir en los problemas 18 y 19 respectivamente.

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \\ & \sum_{i=1}^J \mathbf{r} \mathbf{v}_{j_i} \geq 1 \quad j = 1 \dots J \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & \\ & \sum_{i=1}^J \mathbf{r} \mathbf{v}_{j_i} \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\ & \sum_{i=1}^J \mathbf{r} \mathbf{v}_{j_i} \wedge \neg \mathbf{r} \mathbf{v}_{k_i} + \sum_{i=1}^J \mathbf{r} \mathbf{v}_{k_i} \wedge \neg \mathbf{r} \mathbf{v}_{j_i} \geq 1 \quad j = 1 \dots J, j \neq k \end{aligned} \quad (19)$$

El conjunto de desigualdades lineales del problema 19 puede reducirse eliminando las ecuaciones redundantes siguiendo el procedimiento desarrollado por Bhushan y

Rengaswamy [13]. Luego el problema se resuelve como un MIP usando CPLEX del programa GAMS.

### 3.2 Problema de Observabilidad, Resolución Simple y Detectabilidad del Método

Si al problema de optimización 19 se le agregan las  $J$  restricciones correspondientes a la capacidad de detección de fallas del método de monitoreo estadístico PCA propuestas por Musulin y otros [4] resulta el problema 20. Su resolución permite obtener una red de sensores que satisface los criterios estructurales de observabilidad y resolución simple de fallas y, simultáneamente la detectabilidad de las mismas cuando se utiliza el método de monitoreo estadístico PCA.

El problema de optimización 20 está sujeto a dos tipos de restricciones de desigualdad. El primero es de naturaleza lineal y comprende las establecidas para observabilidad y resolución simple de fallas [3]. El segundo involucra restricciones definidas en términos de la  $MMCF$ , que son de naturaleza no lineal y resultan de cálculo complejo ya que involucran las operaciones 6 a 16. El problema de optimización se resuelve en este caso con una búsqueda exhaustiva con criterio de parada. El procedimiento de búsqueda explora por niveles de tal forma que primero se analiza el que tiene un solo elemento y se luego se va incrementando un elemento por cada nivel. En cada uno de ellos se analizan todas las combinaciones con igual cantidad de mediciones (por ejemplo en el nivel  $k=2$  se analizan todas las combinaciones con dos instrumentos). Cuando se encuentra una solución factible se almacena la solución y se analiza el resto del nivel. Para el nivel  $k_{\text{factible}+1}$  se evalúa el costo de la red de instrumentos, si el mismo es mayor al costo de la solución factible, la búsqueda se finaliza, de esta forma se establece el criterio de corte. Este es eficaz cuando la cantidad de elementos en el vector solución  $\mathbf{q}$  es baja, porque se evita avanzar en la exploración de los niveles con mayor cantidad de instrumentos. La solución del Problema 20 requiere un tiempo de cómputo 10 veces mayor que el correspondiente al Problema 19. Otros autores abordaron problemas similares con métodos de ramificación y poda, búsqueda transversal [2], algoritmos genéticos [4].

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\
 & \text{s.t.} \\
 & \sum_{i=1}^I \mathbf{r} \mathbf{v}_j \geq 1 \quad j = 1 \dots J \\
 & \sum_{i=1}^I \mathbf{r} \mathbf{v}_j \wedge \neg \mathbf{r} \mathbf{v}_k + \sum_{i=1}^I \mathbf{r} \mathbf{v}_k \wedge \neg \mathbf{r} \mathbf{v}_j \geq 1 \quad j = 1 \dots J, j \neq k \\
 & MMCF_j \leq f_{\text{sup}_j} \quad j = 1 \dots J
 \end{aligned} \tag{20}$$

#### 4 Caso de Estudio

Se seleccionó como caso de estudio la Planta Química con Reciclo propuesta por Belanger y Luyben [14] y utilizada por Musulin y otros [4] en su trabajo de localización de sensores. La planta está compuesta por un reactor químico y un stripper. En dicho reactor se produce una reacción química de primer orden:  $A \rightarrow B$ , el mismo es alimentado por una corriente del compuesto A puro y por la corriente de reciclo (corriente D) que contiene principalmente A y algo del producto B. En la corriente de salida del reactor (corriente F) se encuentran el producto B y el reactivo A que no reaccionó, esta corriente es alimentada al stripper donde la mayoría del reactivo A sin reaccionar sale por el tope de la columna y después de pasar por el condensador y el acumulador es realimentado al reactor (corriente D). Finalmente el producto B sale por la cola de stripper. Las propiedades físicas de los componentes son las mismas excepto la volatilidad relativa. Un esquema del mismo puede observarse en la Figura 1.

Musulin y otros [4] propusieron la existencia de 4 fallas, las cuales son: deriva en el sensor de nivel en el reactor (F1), bias en el sensor de nivel del reactor (F2), fuga de vapor en el reboiler (F3) y falla en la bomba de la corriente de salida del reactor (F4). Utilizaron el software Matlab para simular el proceso en condiciones operativas normales y en las situaciones de falla citadas previamente.

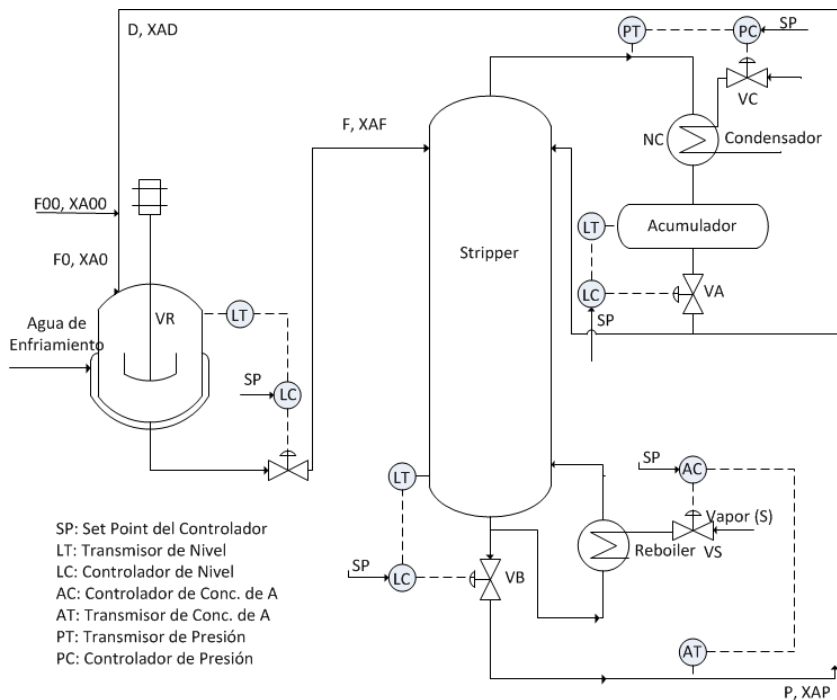


Fig 1. Diagrama de Proceso e Instrumentación de la Planta Química con Reciclo.



Las variables de proceso que se pueden medir y sus respectivos costos se encuentran en la Tabla 1:

Tabla 1. Variables de Proceso.

Notación	Variable	Costo	Notación	Variable	Costo
$X_{AF}$	Composición en la entrada a la columna	$10^5$	S	Flujo de Vapor	$10^4$
D	Flujo de destilado	$10^4$	VS	Válvula de Vapor	$10^3$
VC	Válvula del Condensador	$10^3$	$X_{AP}$	Composición de Salida	$10^3$
NC	Nivel del Condensador	$10^3$	VR	Nivel del Reactor	$10^3$
P	Flujo de Producto	$10^4$	F	Flujo de Salida del Reactor	$10^3$
VB	Válvula en la base de la columna	$10^3$	$F_0$	Flujo de Entrada al Reactor	$10^4$
NB	Nivel en la base de la columna	$10^3$			

La matriz de conectividad falla-sensor,  $\mathbf{A}$ , utilizada para evaluar las restricciones de Observabilidad (O) y Resolución Simple (RS), y las cuatro matrices  $\theta_j$  empleadas para calcular las restricciones de Detectabilidad de Método (DM) se pueden obtener con los datos suministrados en la siguiente tabla:

Tabla 2. Incidencia Falla-Sensor.

Falla	$X_{AF}$	D	VC	NC	P	VB	NB	S	VS	$X_{AP}$	VR	F	$F_0$
F1	-1	-1	-1	-1	0	0	0	-1	-1	0	0	-1	-1
F2	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1
F3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
F4	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	1	-1	-1

La matriz  $\mathbf{A}$  toma los valores absolutos de los datos de la Tabla 2. Cada matriz  $\theta_j$  se construye de manera tal que los elementos no nulos de la falla  $j$  aparezcan en la fila de  $\theta_j$  correspondiente a la medición y en la columna asociada a la variable afectada por dicha falla. Las matrices  $\theta_j$  tienen las siguientes dimensiones:  $\theta_1 : 13 \times 8$  ;  $\theta_2 : 13 \times 13$  ;  $\theta_3 : 13 \times 2$  ;  $\theta_4 : 13 \times 12$  . En este estudio se eligió un nivel de significado  $\alpha=0.01$ , aunque no se han encontrado modificaciones en los resultados para variaciones de  $\alpha$  entre 1% y 5 %. Se resolvieron los problemas 18, 19 y 20 y las soluciones obtenidas se muestran en la Tabla 3.

Además se resolvió otro caso de estudio de los mismos autores ([15]) con el fin de demostrar que las soluciones que se obtienen aplicando las distintas estrategias son diferentes. Se consideraron solo las fallas 3 y 4 propuestas en dicho trabajo [15]. En la Tabla 4 se presentan las variables afectadas por cada falla y el costo de los instrumentos. Las soluciones obtenidas para este caso se muestran en la Tabla 5.

Tabla 3. Resultados.

Restricciones	Solución	Costo
O	VS	$10^3$
O + RS	VC VB VS $X_{AP}$	$4.10^3$
DM	VC VB VS	$3.10^3$
O + RS + DM	VC VB VS $X_{AP}$	$4.10^3$

En los resultados mostrados en la Tabla 3 se puede observar que la solución para Observabilidad no satisface la Restricción de Detectabilidad del Método, por otro lado cuando se consideró solamente la restricción de Detectabilidad de Método no se garantizó la Resolución Simple de todas las fallas. Los resultados contenidos en la Tabla 5 muestran que la solución para Observabilidad y Resolución Simple no satisface la Detectabilidad de las Fallas por medio del método de Monitoreo Estadístico.

Tabla 4. Incidencia Falla-Sensor y Costo de los Instrumentos.

Falla	$X_{AF}$	D	VC	NC	P	VB	NB	S	VS	$X_{AP}$	VR	F	$F_0$
F3	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
F4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0
Costo	100	10	1	1	10	1	1	10	1	1	1	1	10

Tabla 5. Resultados.

Restricciones	Solución	Costo
O	VS VR	2
O + RS	VS VR	2
DM	VC VS VR	3
O + RS + DM	VC VS VR	3

## 5 Conclusiones

En este trabajo se presenta una estrategia de diseño óptimo de redes de sensores que satisface simultáneamente los criterios estructurales de observabilidad y resolución, y el de detectabilidad mediante el método de monitoreo PCA para un conjunto de fallas especificadas. Los datos requeridos para la resolución del problema son la matriz causa-efecto, el costo de los instrumentos, los desvíos límite para las variables del proceso, el nivel de significado de los test estadísticos, y datos de funcionamiento de la planta en operación normal y en situaciones de falla.

Los problemas que involucran restricciones de observabilidad y resolución simple se resuelven fácilmente como un MIP usando CPLEX de GAMS. En cambio, los que involucran restricciones de detectabilidad de método son de naturaleza no lineal y compleja, por lo cual el espacio de soluciones debe explorarse en forma exhaustiva, con la ayuda de un criterio de corte o de ramificación y poda, con el fin de encontrar su solución exacta.

Se utilizaron casos de estudio extraídos de la bibliografía ([4] y [15]) para comparar los alcances de las diferentes metodologías de localización de sensores destinadas al diagnóstico de fallas.

Las soluciones para los problemas con restricciones de observabilidad y resolución simple no garantizan la detectabilidad de las fallas por medio del método de monitoreo estadístico PCA, mientras que la solución obtenida resolviendo el problema solo con restricciones de detectabilidad de método, si bien satisfacen las de observabilidad, no cumplen con las de resolución simple. Por esta razón es necesaria una estrategia que involucre tanto la capacidad de detección del método estadístico de monitoreo como así también la observabilidad y resolución simple de todas las fallas del proceso.

En trabajos futuros se planifica implementar el criterio de grado de resolución de una falla al problema propuesto de detectabilidad del método de monitoreo estadístico PCA, como así también una estrategia de ramificación y poda para mejorar la performance del procedimiento de búsqueda de la solución óptima cuando el número de variables binarias se incrementa.

**Agradecimientos.** Los autores de este trabajo desean agradecer al Dr. Estanislao Musulin del CCT-CONICET-Rosario por los datos proporcionados para la simulación del caso de estudio y al CONICET (Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas) y a la UNS (Universidad Nacional del Sur) por el soporte económico.

## Referencias

1. Bagajewicz, M.J.: A review of techniques for instrumentation design and upgrade in process plants. *Can. J. Chem. Eng.* 80, 3--16 (2002)
2. Nguyen, D.Q., Bagajewicz, M.J.: New efficient breadth-first/level traversal tree search method for the design and upgrade of sensor networks. *AIChE J.* 57, 1302--1311 (2011)
3. Rodriguez, L.P., Cedeño, M.V., Sánchez, M.C.: A Structural Approach to Design Sensor Networks for Fault Diagnosis. *Ind. Eng. Chem. Res.* 52, 17941--17952 (2013)
4. Musulin, E., Bagajewicz, M., Nougués, J.M., Puigjaner, L. Instrumentation Design and Upgrade for Principal Components Analysis Monitoring. *Ind. Eng. Chem. Res.* 43, 2150--2158 (2004)
5. Kourtí, T., Lee, J., MacGregor, J. Experiences with industrial applications of projection methods for multivariate statistical process control. *Comp. Chem. Eng.* 20, S74--S750 (1996)
6. Nomikos, P., MacGregor, J.: Monitoring batch processes using multiway principal components analysis. *AIChE J.* 40, 1361--1375 (1994)
7. Dunia, R., Qin, S., Edgar, T., McAvoy, T.: Identification of faulty sensors using principal component analysis. *AIChE J.* 42, 2797--2812 (1996)
8. Wang, H., Song, Z., Li, P.: Fault detection behavior and performance analysis of principal component analysis based process monitoring methods. *Ind. Eng. Chem. Res.* 41, 2455--2464 (2002)
9. Wang, H., Song, Z., Wang, H.: Statistical process monitoring using improved PCA with optimized sensor location. *J. Process Contr.* 12, 735--744 (2002)
10. Raghuraj, R., Bhushan, M., Rengaswamy, R.: Locating sensors in complex chemical plants based on fault diagnostic observability criteria. *AIChE J.* 45, 310--322 (1999)

11. Bagajewicz, M., Fuxman, A., Uribe, A.: Instrumentation network design and upgrade for process monitoring and fault detection. *AIChE J.* 50, 1870-1880 (2004)
13. Bhushan, M., Rengaswamy, R.: Design of sensor location based on various fault diagnostic observability and reliability criteria. *Comp. Chem. Eng.* 24, 735--742 (2000)
14. Belanger, P.W., Luyben, W.L.: Inventory control in processes with recycle. *Ind. Eng. Chem. Res.* 1, 706--716 (1997)
15. Musulin E., Bagajewicz, M., Nogués, J. M., España, A., Puigjaner, L.: Design of Sensor Networks to Optimize PCA Monitoring Performance. In: 8th International Symposium on Process Systems Engineering, pp 292--297. Elsevier, Amsterdam (2003)